

## **Esplicitare i processi: indagando le difficoltà nella risoluzione di una disequazione**

Francesca Mazzini, Elisabetta Ossanna

settembre 2013

Agli studenti della III ITI Informatica è stata proposta un'attività sulle disequazioni orientata a rendere lo studente consapevole dei processi risolutivi che coinvolgono le disequazioni, richiedendo una sistemazione teorica attraverso alcuni esempi i cui processi risolutivi siano descritti e motivati. Il lavoro richiesto si riferisce ad argomenti che gli studenti hanno affrontato nel biennio con un insegnante diverso.

Dal punto di vista dell'insegnante diventa uno strumento di diagnosi e contemporaneamente di sviluppo di competenze cognitive e metacognitive.

L'attività risulta interessante anche perché porta gli studenti ad utilizzare correttamente il linguaggio matematico.

Descrizione delle attività.

### **Attività 1**

Gli studenti devono svolgere la scheda 1.

#### **Scheda 1**

Descrivete argomentando in modo valido i passaggi necessari per trovare l'insieme delle soluzioni delle seguenti disequazioni:

$$-3x + 5 > 0$$

$$2x - 1 < 4 + \frac{1}{2}x$$

#### **Elaborati degli studenti relativi alla scheda 1**

##### **Osservazioni sugli elaborati relativi alla scheda 1**

Dall'analisi degli elaborati emerge come il processo risolutivo ricalca quello delle equazioni di primo grado, senza controllo sul significato diverso, da cui si deduce che non è stata assimilata la differenza tra equazioni e disequazioni. Per esempio si usa la parola "segno" al posto di disuguaglianza oppure si moltiplica per un numero negativo entrambi i membri di una disequazione senza modificare il verso della disuguaglianza. Inoltre compaiono alcuni degli errori tipici della risoluzione di un'equazione, come per esempio da " $\frac{3}{5}x > 0$ " segue " $3x < 5$ ", confondendo la moltiplicazione con l'addizione in presenza dello zero.

##### **Attività 2**

Per cercare di far riflettere gli studenti sugli errori fatti e per permettere all'insegnante di capire meglio le motivazioni degli errori, si è deciso di non discutere in classe gli elaborati, ma di far svolgere agli alunni la scheda 2, per portare gli studenti a costruire attivamente i significati coinvolti. L'obiettivo della scheda 2 è quello di sviluppare un maggior controllo dei processi seguiti dagli studenti insieme alla capacità di rappresentare graficamente degli "enunciati simbolici".

## Scheda 2

1. Di seguito riportiamo due “errori tipici”. Dimostrate che le seguenti affermazioni sono sbagliate senza risolverle.

### Caso I

Da  $\frac{3}{5}x > 0$  segue  $3x < 5$

### Caso II

Da  $-3x + 5 > 0$  si ottiene  $x > \frac{5}{3}$

2. Considerate una delle disequazioni che avete risolto nella scheda precedentemente consegnata e provate a darne una rappresentazione grafica.
3. Come motivate (anche graficamente) il fatto che  $-3x > -1$  è equivalente a  $x < \frac{1}{3}$ ?
4. Descrivete l'insieme delle soluzioni della seguente disequazione  $2x - 2 > 2x + 1$ . Fornite una rappresentazione grafica della disequazione.

## Elaborati degli studenti relativi alla scheda 2

### Osservazioni sugli elaborati relativi alla scheda 2

Emerge una limitata capacità di controllo legata anche a una mancanza di abitudine e, come per la scheda 1, a una scarsa consapevolezza dei significati che porta ad un certo imbarazzo nel dover rinunciare ad una procedura meccanica.

### Attività 3

Molti studenti non sono riusciti a utilizzare una rappresentazione grafica per arrivare all'insieme delle soluzioni di una disequazione. Poiché nel lavoro in classe contemporaneamente si utilizzano i grafici di una funzione per dedurre il segno, si è ipotizzato che la difficoltà fosse legata in parte all'associare al polinomio di primo grado una funzione. Per questo si è fatta la stessa richiesta del punto 2 della scheda 2 utilizzando una diversa notazione, cioè partendo dall'assegnare la funzione come si vede di seguito.

### Scheda 3

Considerate la funzione  $f: R \rightarrow R$  definita da  $f(x) = 2x + 1$ . Determinate graficamente per quali valori di  $x$  si ha  $f(x) > 0$

## Elaborati degli studenti relativi alla scheda 3

### Osservazioni sugli elaborati relativi alla scheda 3

Dall'analisi degli elaborati sembra emergere che l'ipotesi fosse corretta, perché gli studenti rappresentano correttamente la funzione. Resta il problema che non tutti esplicitano l'insieme delle soluzioni, limitandosi a rappresentarlo sull'asse delle ascisse, talvolta senza nemmeno trovare l'intersezione della retta con l'asse delle ascisse. Anche questa scheda offre spunti interessanti per la diagnosi, infatti le spiegazioni date dagli studenti diventano sempre più rare, non pochi sentono il bisogno di avere più di due punti per rappresentare il grafico di un polinomio di primo grado.

#### **Attività 4**

Poiché nel lavoro in classe si stanno affrontando le disequazioni di secondo grado da un punto di vista grafico, si è tentato di utilizzarle come anello di congiunzione. Si è ipotizzato infatti che l'abitudine ad individuare la funzione da rappresentare davanti ad un polinomio di secondo grado, potesse portarli naturalmente ad individuarla anche nel caso di un polinomio di primo grado.

#### **Scheda 4**

1. Descrivete l'insieme delle soluzioni della disequazione  $x^2 - 3x + 1 > 0$
2. Utilizzando una rappresentazione grafica, trovate l'insieme delle soluzioni della disequazione  $2x + \frac{1}{2} > 0$
3. Descrivete l'insieme delle soluzioni della seguente disequazione  $2x + \frac{1}{2} > x^2 - 3x + 1$ .

#### **Elaborati degli studenti relativi alla scheda 4**

##### **Osservazioni sugli elaborati relativi alla scheda 4**

La prima interpretazione è che la successione di schede elaborate sulla base delle riflessioni fatte solo dall'insegnante, nel tentativo di ricostruire una diagnosi corretta e fornire contemporaneamente un supporto per lo studente, abbia disaffezionato gli studenti all'attività (spiegazioni praticamente nulle, qualcuno ha copiato l'elaborato di un compagno). In ogni caso questa volta riescono a dare una rappresentazione grafica della disequazione di I grado, anche se non riportano quella della disequazione di II grado. Nella terza richiesta emerge nuovamente la mancanza di controllo di significati in quanto rappresentano graficamente le due funzioni e contemporaneamente risolvono passaggi algebrici che li porta ad un altro polinomio di II grado, senza giustificare la loro rappresentazione grafica e i passaggi algebrici che stanno scrivendo.